

GENERALIZOVANA METODA ZA EKSTRAKCIJU EFEKTIVNIH PARAMETARA KOD NESIMETRIČNIH STRUKTURA

Radovan Bojanić, Vojislav Milošević, Branka Jokanović, Institut za Fiziku, Univerzitet u Beogradu, radovan@ipb.ac.rs

Sadržaj – U radu je prikazan generalizovani postupak za ekstrakciju efektivnih elektromagnetskih parametara nesimetrične ćelije metamaterijala koji koristi ABCD matrice, odnosno parametre rasejanja. Postupak je primenjen na ćeliji koja se sastoji od spregnutih split-ring rezonatora koji su međusobno rotirani pod određenim uglom i mikrostrip voda, koji je vijom spojen sa masom. Upoređeni su rezultati i objašnjene razlike u ekstrahovanim parametrima do kojih se dolazi primenom Nicolson-Ross-Weir (NRW) metode koja je razvijena za simetrične strukture i generalizovane ABCD metode koja je ovde predložena. U postupku ekstrakcije je korišćena i Kramers-Kronig-ova relacija za rešenje problema branching-a koji se javlja pri izračunavanju indeksa refrakcije. Parametri rasejanja su dobijeni na osnovu elektromagnetske simulacije nesimetrične ćelije metamaterijala, kao i merenjem laboratorijskog modela.

1. UVOD

Teorija efektivnog medijuma omogućava nam da složenu strukturu zamenimo ekvivalentnim homogenim medijumom, koji se opisuje pomoću efektivnih elektromagnetskih parametara – permitivnosti i permeabilnosti [1]. Da bismo mogli da primenimo ovakvu homogenizaciju, neophodno je da struktura bude periodična, kao i da talasna dužina talasa koji se prostire kroz strukturu bude mnogo veća od dimenzija jedinične ćelije ($p \ll \lambda$). Projektovanjem jedinične ćelije na odgovarajući način možemo dobiti rezultatne parametre koji se razlikuju od parametara materijala od kojih je struktura napravljena, kao i parametre koji se ne mogu pronaći u prirodi. Ukoliko se teorija efektivnog medijuma može primeniti, najvažniji problem predstavlja određivanje efektivnih elektromagnetskih parametara. Jedan od načina za određivanje efektivnih parametara jeste njihova ekstrakcija iz parametara rasejanja (S -parametara), dobijenih numerički ili putem merenja. Tipično se proračun vrši pomoću tzv. Nicolson-Ross-Weir (NRW) metode, koja se zasniva na proračunu koeficijenta transmisije τ i koeficijenta refleksije Γ na referentnim ravnima preko višestrukih refleksija signala [2]. Situacije u kojima se javljaju problemi su kada je struktura nesimetrična, a što je ta nesimetrija veća to su rezultati sve manje validni. Metoda koja rešava ovaj problem i koja daje tačne rezultate bez obzira na tip strukture koji se analizira je generalizovana ABCD metoda. Ova metoda kao i što sam naziv kaže se zasniva na proračunu ABCD matrice iz S -parametara strukture koja se analizira. Na osnovu ABCD matrice možemo da odredimo efektivne parametre za oba smera prostiranja, za razliku od NRW metode.

Kada se ekstrakcija parametara vrši na strukurama sa vođenim talasom ceo postupak se svodi na određivanje parametara efektivnog materijala. Efektivni parametri nam omogućavaju da se cela jedinična ćelija ekvivalentira vodom istih fizičkih dimenzija kao što su ulazni vodovi ispunjeni efektivnim materijalom.

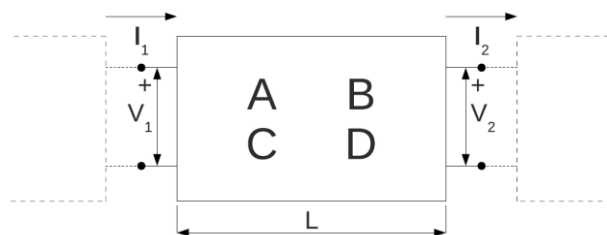
Još jedan problem koji se javlja pri ekstrakciji parametara jeste neodređenost realnog dela indeksa refrakcije. Način na koji se ovaj problem može rešiti je korišćenje Kramers-Kronigovih relacija za procenu tačne vrednosti [3]. U radu

ćemo prikazati kako je ovaj postupak implementiran u naš metod.

Upoređeni su rezultati ekstrakcije za obe metode, navedene su prednosti koje su ostvarene preko ABCD metode u odnosu na NRW metodu, kao i način na koji su generisani S -parametri.

2. GENERALIZOVANA ABCD METODA

Kao što smo već napomenuli metode koje ćemo da uporedimo u ovom radu jesu već poznata i uveliko korišćena metoda za ekstrakciju parametara simetričnih struktura, poznatija kao Nicolson-Ross-Weir (NRW) metoda i generalizovane ABCD metode koja pored simetričnih struktura može da se primeni i na nesimetrične. NRW metoda je opisana u našem prošlogodišnjem ETRAN-skome radu [2], za razliku od generalizovane ABCD metode koja je nastala u međuvremenu kao posledica našeg istraživanja na temu kodova za ekstrakciju efektivnih parametara.



Sl.1. Jedinična ćelija kao mreža sa dva pristupa.

Proračun efektivnih parametara (permitivnosti ϵ_{eff} i permeabilnosti μ_{eff}) konačne ploče nekog prirodnog materijala iz parametara rasejanja je postupak koji se primenjuje veoma dugo, ali se do sada retko ko odlučivao da tu ploču posmatra kao mrežu sa dva pristupa i ABCD parametrima (Sl.1.). Naš cilje je da na osnovu ABCD parametara, koji se veoma jednostavno mogu proračunati na osnovu S -parametara:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(1+S_{11})(1-S_{22})+S_{12}S_{21}}{2S_{21}} & Z_0 \frac{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \\ \frac{1}{Z_0} \frac{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}}{2S_{21}} & \frac{(1-S_{11})(1+S_{22})+S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \end{bmatrix} \quad (1)$$

proračunamo i osnovne parametre matrice (sopstvenu vrednost $\chi_{1,2}$ i sopstveni vektor I_χ), za koje će se kasnije ustanoviti da su direktno povezani sa efektivnim parametrima strukture. Z_0 predstavlja karakterističnu impedansu referentnog voda koja je istovremeno i normalizovana impedansa.

Naime, kada smo proračunali ABCD matricu potrebno je definisati sistem koji povezuje napone i struje na pristupima preko ABCD matrice:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

kao i da definišemo vezu napona i struja sa efektivnim medijumom:

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} \cdot e^{-\gamma L}, \quad (3)$$

gde $\gamma = \alpha + j\beta$ predstavlja kompleksni koeficijent prostiranja, a L dužinu jedinične ćelije. Iz jednačina (2) i (3) možemo da vidimo da kompleksni koeficijent prostiranja zavisi samo od ABCD matrice i to na sledeći način:

$$(ABCD - e^{\gamma L} I) \cdot \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = 0, \quad (4)$$

gde je $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ jedinična matrica. Da bi sistem (4) imao netrivialna rešenja, matrica sa leve strane mora da bude singularna. To dalje implicira da mora da važi:

$$e^{\gamma L} = \chi_{1,2}, \quad (5)$$

gde je $\chi_{1,2}$ sopstvena vrednost ABCD matrice. Sopstvena vrednost ima dva rešenja, jer je matrica kvadratna:

$$\begin{vmatrix} A - e^{\gamma L} & B \\ C & D - e^{\gamma L} \end{vmatrix} = 0, \quad (6)$$

i ta dva rešenja zapravo predstavljaju dva smera prostiranja talasa (incidentni i reflektovani). To znači da imamo po dva rešenja za efektivne parametre, jer postoje i dva rešenja za indeks refrakcije i karakterističnu impedansu. Korektno rešenja kada je incidentni talas u pitanju se dobija iz uslova pasivnosti strukture $|\chi| > 1$, dok drugi rezultat predstavlja rešenje za reflektovani talas.

U tom slučaju rešenje za kompleksni koeficijent prostiranja možemo da predstavimo na sledeći način:

$$\gamma_{1,2} = \frac{1}{L} (\ln \chi_{1,2} + j2m\pi) = j \frac{\omega}{c} n, \quad (7)$$

gde je ω kružna učestanost talasa koji se prostire, c brzina svetlosti u vakuumu, a n indeks refrakcije posmatrane strukture (sredine).

U slučaju da je mreža recipročna $\det(ABCD) = 1$ ili $S_{21} = S_{12}$, rešenje možemo da uprostimo na sledeći način:

$$\gamma_{1,2} = \pm \frac{1}{L} \cosh^{-1}(A + D). \quad (8)$$

Karakteristična impedansa ekvivalentnog voda Z_C je definisana kao odnos napona i struje TEM talasa na vodu $Z_C = \frac{V_\chi}{I_\chi}$. Kada smo računali parametre preko NRW metode imali smo odvojene uslove za pasivnost kada je u pitanju indeks refrakcije n i karakteristična impedansa ekvivalentnog voda Z_C [2], dok ćemo kod generalizovane ABCD metode pokazati da su indeks refrakcije i karakteristična impedansa ekvivalentnog voda međusobno povezani kao i ta dva uslova. Naime, svakoj sopstvenoj vrednosti χ se pridružuje i sopstveni vektor $I_\chi = \begin{bmatrix} V_\chi \\ I_\chi \end{bmatrix}$ što predstavlja rešenje za napon i struju u jednačini (4) pomnoženu određenom konstantom. Stoga, karakteristična impedansa ekvivalentnog voda Z_C , za zadato χ (pravac prostiranja talasa), može biti jednoznačno određeno kao količnik elemenata sopstvenog vektora $Z_C = \frac{V_\chi}{I_\chi}$. Odavde

vidimo da je za proračun parametara u jednom smeru potreban samo jedan uslov za pasivnost od sledeća dva:

$$n'' > 0 \vee Z'_C > 0, \quad (9)$$

gde je $n = n' - jn''$, a $Z_C = Z'_C + jZ''_C$. Da bismo karakterističnu impedansu ekvivalentnog voda Z_C prilagodili na adekvatan način potrebno je normalizovati na impedansu istog voda u vakuumu Z_{air} :

$$z_{eff} = \frac{Z_C}{Z_{air}} = \sqrt{\frac{\mu_{eff}}{\epsilon_{eff}}}. \quad (10)$$

Pomoću jednačine (10) i uslova da je $n = \sqrt{\mu_{eff} \epsilon_{eff}}$ možemo da izračunamo i efektivne parametre i to na sledeći način:

$$\epsilon_{eff} = \frac{n}{z_{eff}} \wedge \mu_{eff} = n \cdot z_{eff}. \quad (11)$$

3. REŠAVANJE PROBLEMA VIŠEZNAČNOSTI PRI EKSTRAKCIJI INDEKSA REFRAKCIJE

Kramers-Kronig-ova relacija predstavlja način da se odredi jednoznačnost kompleksne funkcije $\chi(\omega) = \chi_1(\omega) + j\chi_2(\omega)$ koja je analitična u gornjoj poluravni ω i iščezava kao $\frac{1}{|\omega|}$ kada $\omega \rightarrow \infty$, a ima problema grananja (*branching-a*) realnog ili imaginarnog dela [3] i to na sledeći način:

$$\chi_1(\omega) = \frac{1}{\pi} \wp \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\chi_2(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega', \quad (12)$$

$$\chi_2(\omega) = -\frac{1}{\pi} \wp \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\chi_1(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega', \quad (13)$$

gde \wp predstavlja glavnu vrednost integrala.

U našem konkretnom slučaju imaginarni deo indeksa refrakcije n'' je jednoznačan i poznat i na osnovu njega možemo da odredimo realni deo n' koji ima problema sa grananjem (jednačina (7)). Pošto su nam poznate sledeće osobine imaginarnog dela indeksa refrakcije:

$$n''(\omega) = -n''(-\omega) \wedge n''(\omega \rightarrow \infty) = 1, \quad (14)$$

možemo da izvedemo izraz za tačnu vrednost realnog dela indeksa refrakcije:

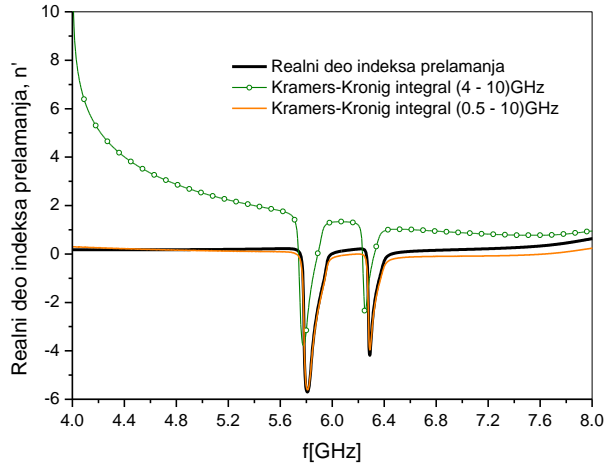
$$n'(\omega) = 1 - \frac{2}{\pi} \wp \int_0^{+\infty} \frac{\omega' n''(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'. \quad (15)$$

Kako je integral u jednačini (15) beskonačan i nije ga moguće izračunati, potrudimo se da uzmemo dovoljno širok opseg u kome ćemo odrediti približnu vrednost realnog dela indeksa refrakcije \tilde{n}' i na osnovu njega izračunati m iz jednačine (7):

$$m = \text{round} \left[\frac{\tilde{n}' k_0 d - \text{Im}(\ln(\chi_{1,2}))}{2\pi} \right], \quad (16)$$

koje je zapravo i predstavljalo problem kod jednoznačnosti.

Važno je napomenuti da Kramers-Kronig-ova relacija može da se primeni na bilo koji metod ekstrakcije parametara, koji ima problem sa jednoznačnošću, a mi smo ga koristili kod generalizovane ABCD metode. Na Sl.2. je prikazano kako na tačnost Kramers-Kronig-ove relacije utiče širina opsega u kome se vrši integracija.

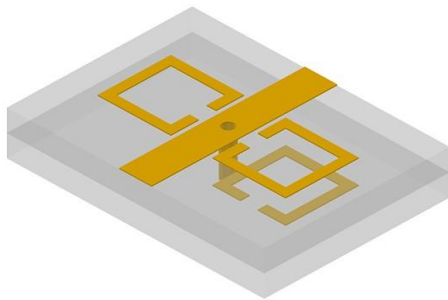


Sl.2. Realni deo indeksa refrakcije ekstrahovan i dobijen pomoću Kramers-Kronig-ove relacije za različite opsege integracije.

Konstanta u jednačini (15), u teorijskom smislu, predstavlja rešenje za realan deo indeksa refrakcije kada frekvencija teži beskonačnosti ($\omega \rightarrow \infty$), a to je kao što možemo primetiti broj 1. U praksi je to vrednost koja mora da se proceni i predstavlja još jedan od problema pri proračunu realnog dela indeksa refrakcije. Način da se ova vrednost proceni zavisi od ponašanja materijala u zoni od interesa i iskustva istraživača da uvidi te karakteristike i postavi ih na prave vrednosti.

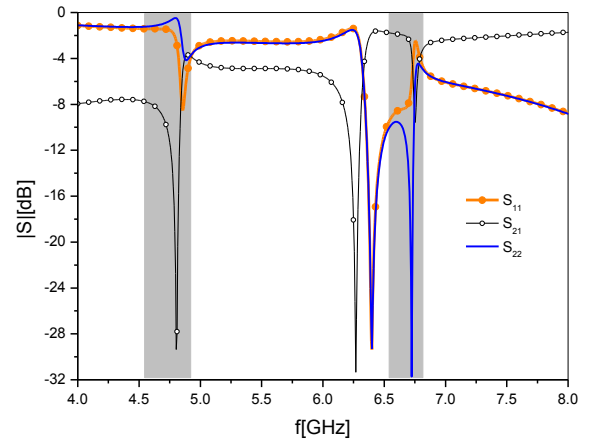
4. POREĐENJE NRW I GENERALIZOVANE ABCD METODE

Model koji je korišćen kao dokaz tačnosti i efikasnosti generalizovane ABCD metode je prikazan na Sl.3. i predstavlja multiband jediničnu ćeliju koja je korišćena u realizaciji rekonfigurabilnih multiband linija za kašnjenje [2]. Možemo da vidimo da je nesimetrija ostvarena postavljanjem jednog split-ring rezonatora (SRR-a) u donjem sloju zarotiranog za 90 stepeni tako da je nesimetričan u odnosu na pristupe.

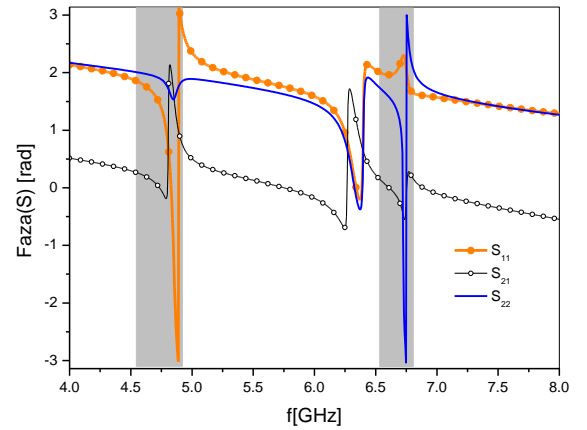


Sl.3. Izgled nesimetrične jedinične ćelije sa dva SRR-a u gornjem sloju i sa jednim SRR-om koji je rotiran za 90 stepeni u donjem sloju [2].

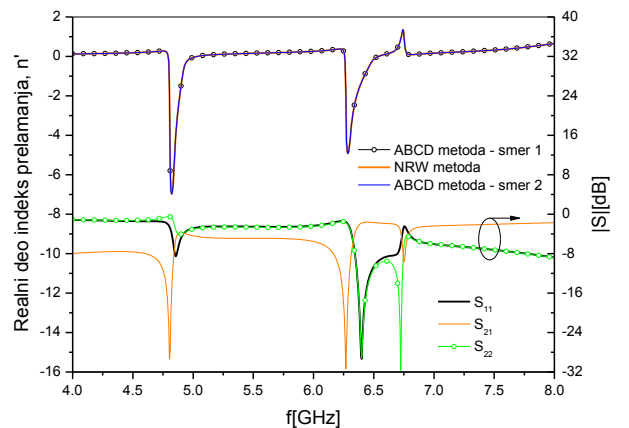
Na Sl.4. i Sl.5. su prikazani parametri rasejanja, a siva zona predstavlja oblast u kojoj je nesimetrija najizraženija.



Sl.4. Modul S-parametara u decibelima (dB) za model sa Sl.3. Osenčeni pravougaonici označavaju opsege u kojima je izražena razlika između S_{11} i S_{22} .



Sl.5. Faza S-parametara za model sa Sl.3. Osenčeni pravougaonici označavaju opsege u kojima je izražena razlika u fazama S_{11} i S_{22} .



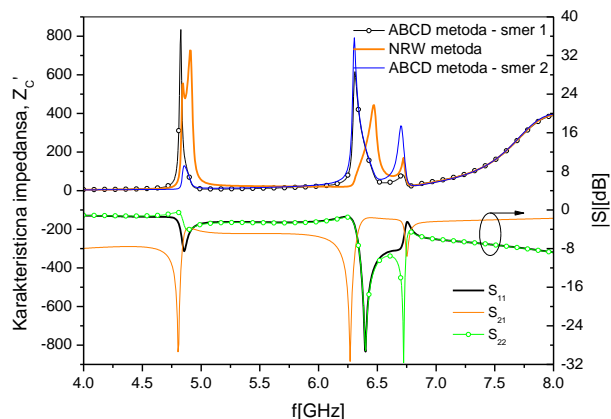
Sl.6. Realni deo indeksa refrakcije n' i modul S-parametara.

Aproksimacija koju smo koristili da bismo S-parametre nesimetrične strukture mogli da primenimo u NRW metodi je geometrijska sredina S-parametara:

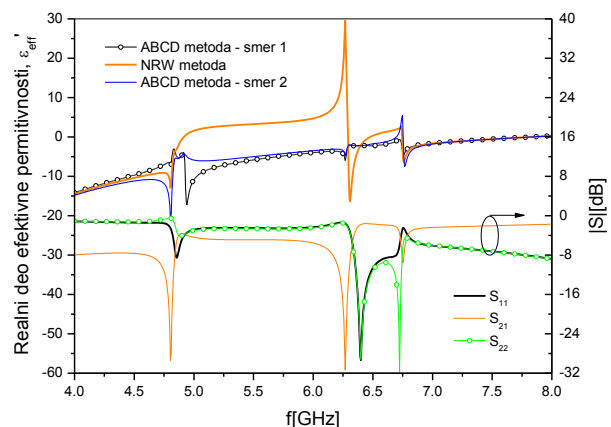
$$S_{11_{avg}} = \sqrt{S_{11} S_{22}}. \quad (17)$$

Razlog tome jeste činjenica da kada ubacimo vrednost iz jednačine (17) umesto vrednosti za S_{11} u izraz za indeks refrakcije dobijemo formulu koja važi i za nesimetrične strukture. To se može videti i na Sl.6., tako što NRW i generalizovana ABCD metoda daju iste rezultate.

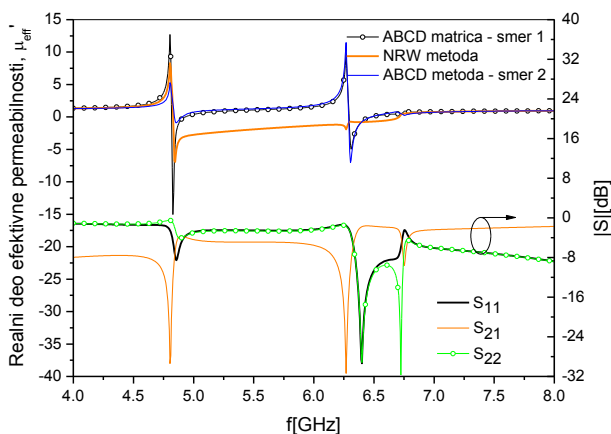
Problem nastaje kod karakteristične impedanse ekvivalentnog voda, za koju ne važi aproksimacija iz jednačine (17) i dolazi do greške (Sl.7.) koja se dalje manifestuje i na efektivne parametre ε i μ (Sl.8. i Sl.9.).



Sl.7. Realni deo karakteristične impedanse ekvivalentnog voda Z'_c i modul S-parametara.



Sl.8. Realni deo efektivne permitivnosti ε'_{eff} i modul S-parametara.



Sl.9. Realni deo efektivne permeabilnosti μ'_{eff} i modul S-parametara.

Kao što možemo da vidimo na Sl.8. i Sl.9. neslaganje se prenosi i na realne delove efektivnih parametara ε'_{eff} i μ'_{eff} . Ovde je neslaganje znatno veće i javlja se u širem opsegu nego kod realnih delova karakteristične impedanse Z'_c , jer na parametre ε'_{eff} i μ'_{eff} utiču i imaginarni delovi karakteristične impedanse. Imaginarne delove nismo prikazivali, jer su nam od manjeg značaja, što ne znači da razlike ne postoje.

5. ZAKLJUČAK

U radu je predložena generalizovana ABCD metoda za ekstrakciju efektivnih parametara nesimetričnih struktura i postupak za određivanje jednoznačnosti indeksa refrakcije pomoću Kramers-Kronig-ove relacije. Ovu metodu smo uporedili sa NRW metodom koja koristi usrednjavanje različitih koeficijenata refleksije na pristupima. Pokazali smo da ovakvo usrednjavanje daje tačne vrednosti indeksa refrakcije dok ostali parametri odstupaju od onih egzaktno izračunatih pomoću ABCD metode. Prikazali smo rezultate poređenja i razlike koje se javljaju u korist generalizovane ABCD metode, koja je pouzdanija i tačnija u odnosu na NRW metodu.

Poređenje je vršeno na jediničnoj ćeliji multiband linije za kašnjenje sa SRR-ovima. Ovde su prikazani rezultati ekstrakcije na osnovu elektromagnetske simulacije, ali postoje i izmereni S-parametri koji se veoma dobro slažu sa simuliranim.

ZAHVALNICA

Ovaj rad je finansiran sredstvima Ministarstva za prosvetu i nauku preko projekta tehnološkog razvoja TR32024 i III 45016.

LITERATURA

- [1] T.C. Choy, *Effective Medium Theory: Principles and Applications*, Oxford University Press, USA, 1999.
- [2] R. Bojanić, B. Jokanović i V. Milošević, "Rekonfigurabilne Linije za Kašnjenje sa Split-Ring Rezonatorima," *Zbornik radova LV konferencije ETRAN-a*, Banja Vrućica, Republika Srpska, 2011.
- [3] Z. Szabó, G.H. Park, R. Hedge and E. P. Li, "A Unique Extraction of Metamaterial Parameters Based on Kramers-Kronig Relationship," *IEEE Transactions on Microwave theory and Techniques*, vol. 58, no. 10, October 2010.

Abstract – In this paper we demonstrated generalized procedure for parameter extraction for asymmetrical unit cells. Procedure is applied on unit cell consisting of microstrip line asymmetrically coupled with split ring resonators. Results are compared with traditional Nicolson-Ross-Weir approach. We used Kramers-Kronig relations to solve branching problem. Procedure is applied on both measured and simulated data.

GENERALIZED METHOD FOR EXTRACTION OF EFFECTIVE PARAMETERS UNSYMMETRICAL STRUCTURES

Radovan Bojanić, Vojislav Milošević, Branka Jokanović